

ĐỀ THI THỬ THPTQG MÔN TOÁN – LẦN 3 – 2019

Câu 1. Tổng diện tích tất cả các mặt của hình lập phương bằng 54. Thể tích khối lập phương đó bằng
A. 9. **B.** 27. **C.** 36. **D.** 81.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$			4		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 2

Điểm cực đại của hàm số đã cho là a , giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là b . Tổng $a + b$ bằng

A. 6. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 3. Cho các hàm số : $y = \frac{1}{x}$; $y = -2x^5 + 3$; $y = -x$; $y = -x^3 + x$. Số lượng các hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

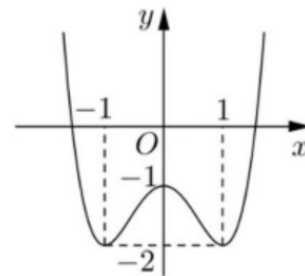
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(1;3;0)$ thuộc mặt phẳng nào sau đây ?

A. (Oxy) . **B.** (Oyz) . **C.** (Oxz) . **D.** $(P): x + 3y = 0$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn khẳng định đúng.

A. $f(0) < f(1)$. **B.** $f(-1) < f\left(-\frac{1}{2}\right)$.

C. $f\left(-\frac{2}{3}\right) < f(-1)$. **D.** $f\left(\frac{3}{2}\right) < f(1)$.



Câu 6. Với a, b và m là ba số thực dương tùy ý, $m \log(ab^2) - \log(a^2b)$ bằng

A. $2[m \log(ab) - \log(ab)]$. **B.** $m \log\left(\frac{ab^2}{a^2b}\right)$. **C.** $\log\left(\frac{ab^2}{a^2b}\right)^m$. **D.** $\log \frac{(ab^2)^m}{a^2b}$.

Câu 7. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 1$ và $\int_0^1 g(y) dy = 3$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx + \int_0^1 [f(y) + 2g(y)] dy$ bằng

A. -2. **B.** -12. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 8. Thể tích của khối nón thay đổi như thế nào, nếu chỉ tăng bán kính đường tròn đáy hai lần ?

A. Tăng hai lần. **B.** Tăng bốn lần. **C.** Tăng tám lần. **D.** Tăng ba lần.

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 2) = \log_2(-x + 2)$ là

A. $\{0\}$. **B.** $\{0; 2\}$. **C.** $\{0; 4\}$. **D.** $\emptyset$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và **không** chứa trục Ox có phương trình là

A. $2y - z = 0$. **B.** $z = 0$. **C.** $y + z = 0$. **D.** $x + z = 0$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - e^x + x$ là

A. $\sin x - e^x + 1 + C$. **B.** $-\sin x - e^x + 1 + C$. **C.** $\sin x - e^x + \frac{x^2}{2} + C$. **D.** $-\sin x - e^x + \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng cho dưới đây ?

A. $(P): x - 2y + z + 3 = 0$. **B.** $(Q): 2x - 4y + z + 6 = 0$.

C. $(R): x + y + 2z - 9 = 0$. **D.** $(T): x + y + 2z + 5 = 0$.

Câu 13. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

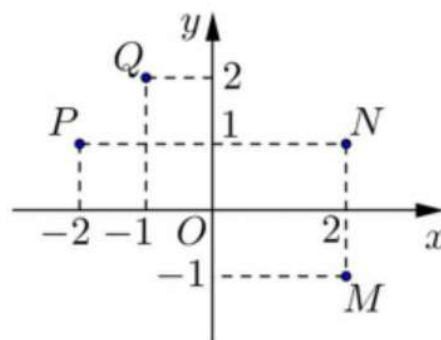
- A. $\frac{C_n^k}{A_n^k} = \frac{1}{k!}$. B. $C_n^k = \frac{P_n}{(n-k)!}$. C. $\frac{C_n^k}{A_n^k} = k!$. D. $C_n^k = \frac{(n-k)!}{P_n}$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$; Cấp số nhân (v_n) có số hạng đầu $v_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của $T = u_4 + v_4 + u_5 + v_5$ bằng

- A. 241. B. 65. C. 176. D. 673.

Câu 15. Trong hình vẽ bên, các điểm M, N, P, Q lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2, z_3, z_4 . Môđun của số phức $w = z_1 + z_2 - z_3 - z_4$ bằng

- A. 4. B. $\sqrt{58}$. C. $\sqrt{10}$. D. 58.

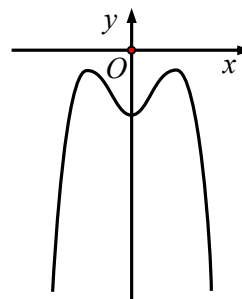


Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 - 1)(x^2 - 3x + 2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 5. D. 1.

Câu 17. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$. B. $y = -x^4 - 2x^2 + 2$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. D. $y = -x^3 + 3x - 2$.

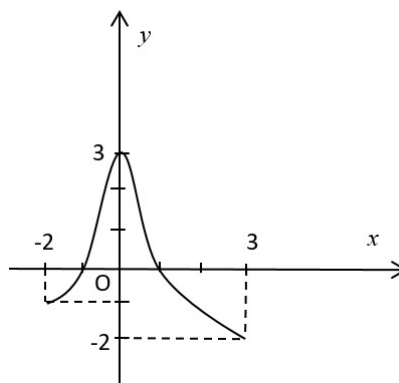


Câu 18. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $(a - 2i)i + (b + i) = 1 + 2i$, với i là đơn vị ảo.

- A. $a = 1, b = 3$. B. $a = 1, b = -1$. C. $a = 3, b = -1$. D. $a = 3, b = 3$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 3]$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\min_{(-2;3)} f(x) = -2$. B. $m + M = 3$. C. $\max_{(-2;1)} f(x) = M$. D. $m + M = 2$.



Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(3; 0; 3)$. Phương trình của mặt cầu nhận đoạn thẳng AB làm đường kính là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 24$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 6$. C. $(x-3)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 24$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 12$.

Câu 21. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a = \frac{5}{2}$. Khi đó, ta có:

- A. $ab^2 = 1$. B. $b = a^2$. C. $a = b^2$. D. $\frac{a}{b^2} = 2$.

Câu 22. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Giá trị của $|z_1 z_2 + z_1 + z_2|$ bằng

- A. $2\sqrt{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. 5. D. 10.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$. Trong các điểm cho dưới đây, điểm nào có khoảng cách tới mặt phẳng (P) lớn nhất?

- A. $M(1; -3; 2)$. B. $N(2; 0; 1)$. C. $P(-1; 1; 2)$. D. $Q(3; 1; 5)$.

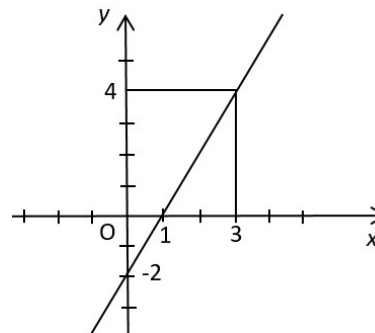
Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2 - 2x) < 1$ là

- A. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. B. $(-1; 0) \cup (2; 3)$. C. $(-1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường thẳng

trong hình vẽ bên. Giá trị của tích phân $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A. 4. B. 7. C. 5. D. 3.



Câu 26. Mặt phẳng qua trục của hình trụ, tạo với hình trụ một thiết diện là hình vuông có cạnh bằng a . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\pi a^3}{4}$. B. $\frac{\pi a^3}{12}$. C. $2\pi a^2$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
y'		-	+	-
y	$+\infty$		$+\infty$	4
		$\swarrow$	$\nearrow$	$\searrow$
		2	2	-5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 28. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = 2a$, $SB = a$, $SC = a\sqrt{2}$. Thể tích lớn nhất mà khối chóp $S.ABC$ có thể đạt được bằng

- A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $2\sqrt{2}.a^3$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$\swarrow$	$\nearrow$	$\searrow$	
			0	2	$-\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $|f(x)| - 1 = 0$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 30. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm BC . Góc giữa hai đường thẳng AB và OM bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 31. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

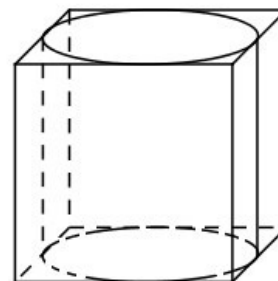
Câu 32. Cho hình lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích xung quanh của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$?

A. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$.

C. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{\pi}$.

D. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{6}{\pi}$.



Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \left(\frac{1}{2x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} \right)$ ($x > 0$) là

A. $2x^2 \ln x + x^2 \sqrt{x} + C$.

B. $x^2 (\ln x + \sqrt{x}) + C$.

C. $\ln x + \sqrt{x} + C$.

D. $x \ln x + x\sqrt{x} + C$.

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(BC'D)$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \begin{cases} x = 2 + t_1 \\ y = 1 - t_1 \\ z = 2t_1 \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t_2 \\ y = 3 \\ z = t_2 \end{cases}$ và điểm

$M(2; -3; 5)$. Đường thẳng Δ qua điểm M và cắt d_1 , d_2 lần lượt tại A và B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 2.

B. $\sqrt{19}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 36. Số lượng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \left(\frac{m^2}{2} + 1 \right) x^2 + (m^2 + 1)x + 2$ đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$ là

A. 4.

B. 7.

C. 3.

D. 5.

Câu 37. Cho các số phức z_1 , z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 1 + 8i$ và $\frac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo. Tính $P = |z_1 - z_2|$?

A. $\sqrt{65}$.

B. 65.

C. $\frac{\sqrt{65}}{2}$.

D. $\frac{65}{2}$.

Câu 38. Cho $\int_1^2 \frac{x^3 dx}{(x^2 + 1)^2} = a \ln 5 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $a + b + 20c$ bằng

A. -2.

B. -3.

C. 2.

D. 3.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$; $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = -5$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	0	$-\infty$

Có bao nhiêu số nguyên $m > -3$ để hàm số $y = f(x - m)$ nghịch biến trên khoảng $(5; +\infty)$?

A. 14.

B. 12.

C. 13.

D. 11.

Câu 40. Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối, đồng chất và khác màu một lần. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt bằng 10 là

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{9}$.

Câu 41. Xét số phức z thỏa mãn $|3-iz|=|z-2-i|$. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là đường thẳng có dạng $ax+by+1=0$. Giá trị của $a+b$ bằng

- A. 0. B. 2. C. -1. D. 3.

Câu 42. Ông Nhân gửi ngân hàng 100 triệu, kì hạn 6 tháng, với lãi suất 7.5% cho sáu tháng, theo phương thức lãi kép. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì ông Nhân mới có số tiền lãi nhiều hơn số tiền gốc ban đầu gửi vào ngân hàng? (giả định ông Nhân không rút tiền gốc và tiền lãi ở tất cả các kì).

- A. 60 năm. B. 5 năm. C. 2 năm. D. 7 năm.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 11$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 - 2mt \\ y = 1 + 2mt \\ z = 2 + t \end{cases}. \text{ Biết rằng đường thẳng } d \text{ cắt mặt cầu } (S) \text{ tại hai điểm } A(x_A; y_A; z_A) \text{ và } B(x_B; y_B; z_B) \text{ sao}$$

cho $x_A + x_B = \frac{2}{3}$, tổng tất cả các giá trị của m thỏa mãn bài toán bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để phương trình $e^{x^2+m} + x^2 - x + m = \ln x$ có hai nghiệm?

- A. 5. B. 6. C. 10. D. 11.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(1; 0; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng thay đổi luôn đi qua P và cắt (S) tại hai điểm A, B . Trung điểm I của đoạn thẳng AP luôn di chuyển trên mặt cầu cố định (S') khi Δ thay đổi. Bán kính mặt cầu (S') bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

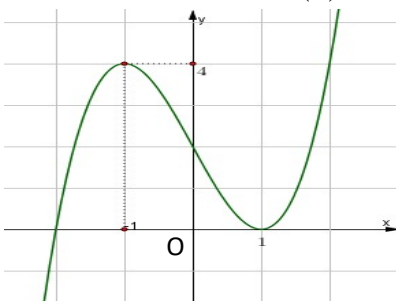
Câu 46. Biết phương trình $4x^4 - x^2 + a - 3 = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt là x_1, x_2, x_3 . Giá trị của biểu thức $P = x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3$ bằng

- A. $-\frac{3}{4}$. B. -3. C. $-\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) qua AB , cắt SC và SD lần lượt tại M, N . Biết (α) chia hình chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tỉ số $k = \frac{SM}{SC}$ có giá trị thuộc khoảng nào trong các khoảng cho dưới đây?

- A. $\left(0; \frac{1}{3}\right]$. B. $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right]$. D. $\left[\frac{8}{3}; 1\right)$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức, đồ thị hàm số $f'(x)$ cho như hình vẽ dưới đây:



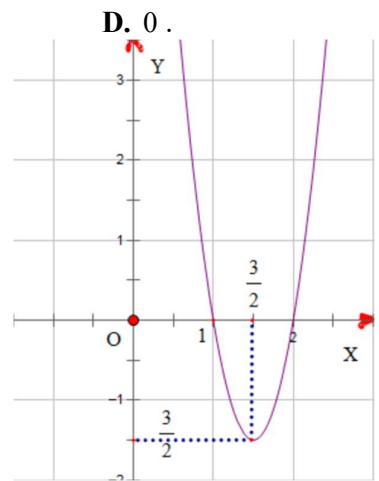
Số cực trị của hàm số $y = e^{f(x)+1} + 2019^{f(x)}$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ lớn hơn 1. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình

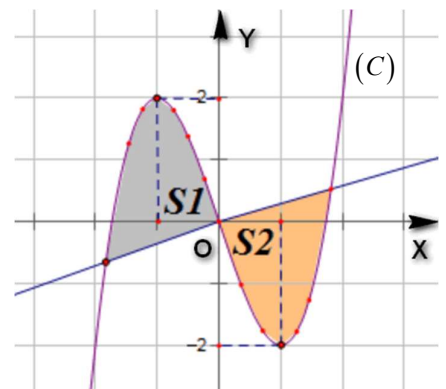
$$f(x) + \frac{d}{4} = 0 \text{ là } S. \text{ Tổng các phân tử của } S \text{ bằng}$$

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.



Câu 50. Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx$ có đồ thị (C) là đường cong như hình vẽ bên. Đường thẳng $y = \frac{2mx}{3}$ cắt đồ thị (C) tạo thành hai miền $S_1 = S_2 = 4$ (hình vẽ bên). Giá trị của m bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.



Câu 1. Tổng diện tích tất cả các mặt của hình lập phương bằng 54. Thể tích khối lập phương đó là :
 A. 9. B. 27. C. 36. D. 81.

Hướng dẫn :

Ta có diện tích toàn phần của hình lập phương cạnh a là $6a^2$.

Do đó, ta có : $6a^2 = 54 \Rightarrow a^2 = 9 \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow V = a^3 = 27$.

Chọn đáp án B.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			4	$-\infty$

$\swarrow$ 2 $\nearrow$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là a , giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là b . Tổng $a + b$ bằng

A. 6. B. 0. C. 5. D. 3.

Hướng dẫn :

Điểm cực đại của hàm số đã cho là $a = 1$; giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $b = 2$.

Tổng $a + b = 3$.

Chọn đáp án D.

Câu 3. Cho các hàm số : $y = \frac{1}{x}$; $y = -2x^5 + 3$; $y = -x$; $y = -x^3 + x$. Số lượng các hàm số nghịch

biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn :

Các hàm số nghịch biến trên là : $y = -2x^5 + 3$; $y = -x$.

Chọn đáp án B.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(1; 3; 0)$ thuộc mặt phẳng :

A. (Oxy) . B. (Oyz) . C. (Oxz) . D. $x + 3y = 0$.

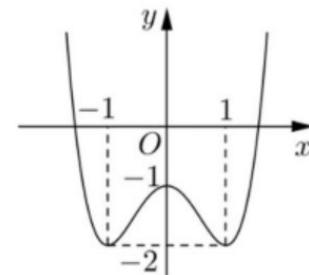
Hướng dẫn :

Điểm $M(1; 3; 0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) : $z = 0$.

Chọn đáp án A.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn khẳng định đúng ?

A. $f(0) < f(1)$. B. $f(-1) < f\left(-\frac{1}{2}\right)$.
 C. $f\left(\frac{-2}{3}\right) < f(-1)$. D. $f\left(\frac{3}{2}\right) < f(1)$.



Câu 6. Với a, b và m là ba số thực dương tùy ý, $m \log(ab^2) - \log(a^2b)$ bằng

A. $2[m \log(ab) - \log(ab)]$. B. $m \log\left(\frac{ab^2}{a^2b}\right)$. C. $\log\left(\frac{ab^2}{a^2b}\right)^m$. D. $\log \frac{(ab^2)^m}{a^2b}$.

Hướng dẫn :

Ta có : $m \log(ab^2) - \log(a^2b) = \log(ab^2)^m - \log(a^2b) = \log \frac{(ab^2)^m}{a^2b}$.

Chọn đáp án D.

Câu 7. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 1$ và $\int_0^1 g(y)dy = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx + \int_0^1 [f(y) + 2g(y)]dy$ bằng

A. -2. B. -12. **C. 2.** D. 1.

Hướng dẫn :

$$* \int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx = \int_0^1 f(x)dx - 2 \int_0^1 g(x)dx = \int_0^1 f(x)dx - 2 \int_0^1 g(y)dy = 1 - 2.3 = -5.$$

$$* \int_0^1 [f(y) + 2g(y)]dy = \int_0^1 f(y)dy + 2 \int_0^1 g(y)dy = \int_0^1 f(x)dx + 2 \int_0^1 g(y)dy = 1 + 2.3 = 7.$$

$$\text{Suy ra: } \int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx + \int_0^1 [f(y) + 2g(y)]dy = -5 + 7 = 2.$$

Chọn đáp án B.

Câu 8. Thể tích của khối nón thay đổi như thế nào, nếu chỉ tăng bán kính đường tròn đáy hai lần ?

A. Tăng hai lần. **B. Tăng bốn lần.** C. Tăng tám lần. D. Tăng ba lần.

Hướng dẫn :

$$\text{Thể tích khối nón : } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h.$$

$$\text{Nếu tăng bán kính hai lần : } V' = \frac{1}{3} \pi (2r)^2 h = 4 \cdot \frac{1}{3} \pi r^2 h = 4V.$$

Chọn đáp án B.

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 2) = \log_2(-x + 2)$ là

A. $\{0\}$. B. $\{0; 2\}$. C. $\{0; 4\}$. D. $\emptyset$.

Hướng dẫn :

$$\text{Ta có : } \log_2(x^2 - 3x + 2) = \log_2(-x + 2) \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 2 > 0 \\ x^2 - 3x + 2 = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x = 0 \text{ hoặc } x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Chọn đáp án D.

Câu 10. Trong không gian Oxyz, mặt phẳng qua gốc tọa độ mà không chứa trục Ox có phương trình là

A. $2y - z = 0$. B. $z = 0$. C. $y + z = 0$. **D. $x + z = 0$.**

Hướng dẫn :

Điểm $M(2; 0; 0) \in \text{Ox}$ mà $M(2; 0; 0)$ không thuộc mặt phẳng $(P): x + z = 0$.

Chọn đáp án D.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - e^x + x$ là

A. $\sin x - e^x + 1 + C$. B. $-\sin x - e^x + 1 + C$. **C. $\sin x - e^x + \frac{x^2}{2} + C$.** D. $-\sin x - e^x + \frac{x^2}{2} + C$.

Hướng dẫn :

$$\text{Ta có : } \int f(x)dx = \int (\cos x - e^x + x)dx = \sin x - e^x + \frac{x^2}{2} + C.$$

Chọn đáp án C.

Câu 12. Trong không gian Oxyz, đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng cho dưới đây ?

A. $(P): x - 2y + z + 3 = 0$. **B. $(Q): 2x - 4y + z + 6 = 0$.** C. $(R): x + y + 2z - 9 = 0$. D. $(T): x + y + 2z + 5 = 0$.

Hướng dẫn :

Chọn hai điểm phân biệt thuộc $d: A(1;2;0), B(2;3;2)$.

$$A(1;2;0) \in (Q): 2x - 4y + z + 6 = 0; \quad B(2;3;2) \in (Q): 2x - 4y + z + 6 = 0.$$

Chọn đáp án B.

Câu 13. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{C_n^k}{A_n^k} = \frac{1}{k!}$.

B. $C_n^k = \frac{P_n}{(n-k)!}$.

C. $\frac{C_n^k}{A_n^k} = k!$.

D. $C_n^k = \frac{(n-k)!}{P_n}$.

Hướng dẫn :

Ta có : $\frac{C_n^k}{A_n^k} = \frac{\frac{n!}{k!(n-k)!}}{\frac{n!}{(n-k)!}} = \frac{1}{k!}$.

Chọn đáp án A.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$; Cấp số nhân (v_n) có số hạng đầu $v_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của $T = u_4 + v_4 + u_5 + v_5$ bằng

A. 241.

B. 65.

C. 176.

D. 673.

Hướng dẫn :

Áp dụng công thức tính số hạng thứ n của cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_4 = 2 + (4-1)3 = 11 \Rightarrow u_5 = 14$.

Áp dụng công thức tính số hạng thứ n của cấp số nhân: $v_n = v_1 q^{n-1} \Rightarrow v_4 = 2 \cdot 3^{4-1} = 54 \Rightarrow v_5 = 162$.

Suy ra : $T = u_4 + v_4 + u_5 + v_5 = 11 + 14 + 54 + 162 = 241$.

Chọn đáp án A.

Câu 15. Trong hình vẽ bên, các điểm M, N, P, Q lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2, z_3, z_4 . Môđun của số phức

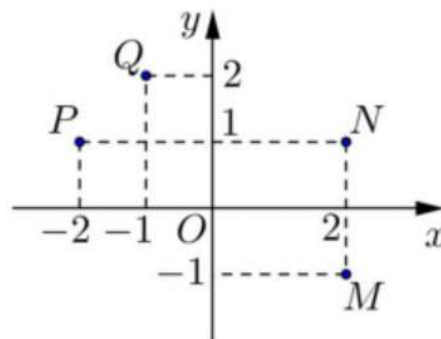
$w = z_1 + z_2 - z_3 - z_4$ bằng

A. 4.

B. $\sqrt{58}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. 58.



Hướng dẫn :

Ta có : $M(2;-1); N(2;1); P(-2;1); Q(-1;2)$.

$z_1 + z_2 - z_3 - z_4 = 2 - i + 2 + i - (-2 + i) - (-1 + 2i) = 7 - 3i$.

Chọn đáp án B.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 - 1)(x^2 - 3x + 2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 1.

Hướng dẫn :

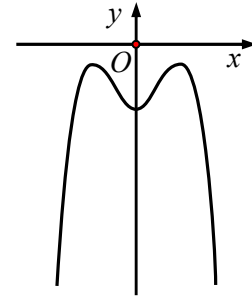
$f'(x) = x(x^2 - 1)(x^2 - 3x + 2) = x(x+1)(x-1)^2(x-2)$.

Chọn đáp án A.

Câu 17. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

A. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$. B. $y = -x^4 - 2x^2 + 2$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. D. $y = -x^3 + 3x - 2$.



Câu 18. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $(a - 2i)i + (b + i) = 1 + 2i$, với i là đơn vị ảo.

A. $a = 1, b = 3$.

B. $a = 1, b = -1$.

C. $a = 3, b = -1$.

D. $a = 3, b = 3$.

Hướng dẫn :

Ta có : $(a - 2i)i + (b + i) = 1 + 2i \Leftrightarrow ai - 2i^2 + b + i = 1 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 2 \\ 2 + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$.

Chọn đáp án B.

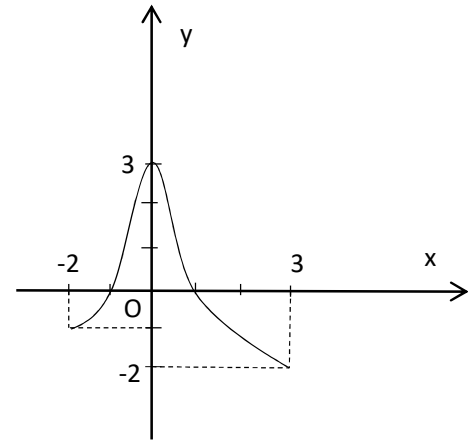
Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 3]$. Chọn khẳng định đúng :

A. $\min_{(-2;3)} f(x) = -2$.

B. $m + M = 3$.

C. $\max_{(-2;1)} f(x) = M$.

D. $m + M = 2$.



Hướng dẫn :

$\max_{[-2;1]} f(x) = M$

Chọn đáp án C.

Câu 20. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(3; 0; 3)$. Phương trình của mặt cầu nhận đoạn thẳng AB làm đường kính là

A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 24$.

B. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 6$.

C. $(x - 3)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 24$.

D. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 12$.

Hướng dẫn :

Tọa độ tâm mặt cầu là trung điểm của đoạn thẳng AB : $I(2; 1; 1)$.

Bán kính của mặt cầu là : $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(3-1)^2 + (0-2)^2 + (3+1)^2}}{2} = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án B.

Câu 21. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a = \frac{5}{2}$, khi đó ta có :

A. $ab^2 = 1$.

B. $b = a^2$.

C. $a = b^2$.

D. $\frac{a}{b^2} = 2$.

Hướng dẫn :

Đặt $t = \log_a b \Rightarrow t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow t^2 - \frac{5}{2}t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Mà $t = \log_a b > \log_a a = 1$ nên $t = \log_a b = 2$.

Chọn đáp án B.

Câu 22. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Giá trị của $|z_1 z_2 + z_1 + z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. 5.

D. 10.

Hướng dẫn :

Ta có : $z_1 z_2 = 3$; $z_1 + z_2 = 2 \Rightarrow |z_1 z_2 + z_1 + z_2| = |3 + 2| = 5$.

Chọn đáp án C.

Câu 23. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$. Trong các điểm cho dưới đây, điểm nào có khoảng cách tới mặt phẳng (P) lớn nhất ?

A. $M(1; -3; 2)$.

B. $N(2; 0; 1)$.

C. $P(-1; 1; 2)$.

D. $Q(3; 1; 5)$.

Hướng dẫn :

Điểm $Q(3; 1; 5)$.

Chọn đáp án D.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2 - 2x) < 1$ là

A. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

B. $(-1; 0) \cup (2; 3)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Hướng dẫn :

Ta có : $\log_3(x^2 - 2x) < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x > 0 \\ x^2 - 2x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x > 0 \\ x^2 - 2x - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty) \\ x \in (-1; 3) \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \cup (2; 3)$

Chọn đáp án B.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường thẳng trong hình vẽ bên. Giá trị của tích phân

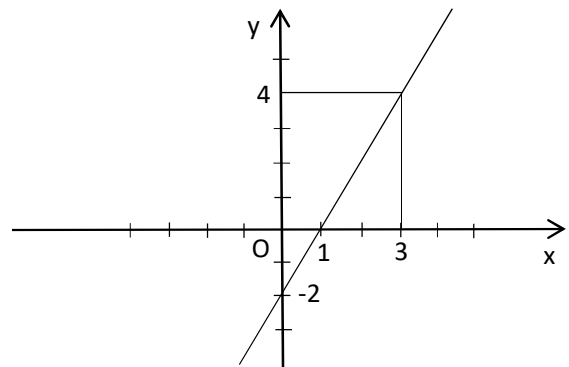
$\int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. 4.

B. 7.

C. 5.

D. 3.



Hướng dẫn :

Ta có : $\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = -1 + 4 = 3$

Chọn đáp án D.

Câu 26. Mặt phẳng qua trục của hình trụ, tạo với hình trụ một thiết diện là hình vuông có cạnh bằng a . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^3}{4}$.

B. $\frac{\pi a^3}{12}$.

C. $2\pi a^2$.

D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn :

Bán kính đường tròn đáy là : $r = \frac{a}{2}$.

Chiều cao của hình trụ là : $h = a$.

Thể tích khối trụ đã cho bằng : $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 a = \frac{\pi a^3}{4}$.

Chọn đáp án A.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
y'	$-$	$ $	$+$	$-$
y	$+\infty$	2	$+\infty$	4
	-5	2		

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Hướng dẫn :

Ta có : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -5 \Rightarrow y = -5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$;

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty \Rightarrow x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Suy ra, đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

Chọn đáp án D.

Câu 28. Cho khối chóp S.ABC có $SA = 2a$, $SB = a$, $SC = a\sqrt{2}$. Thể tích lớn nhất mà khối chóp S.ABC có thể đạt được bằng

A. $\frac{a^3 \cdot 2\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{2} \cdot a^3}{3}$.

Hướng dẫn :

Thể tích khối chóp S.ABC lớn nhất khi SA , SB , SC đôi một vuông góc. Khi đó ta có :

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$$

Chọn đáp án C.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	0	2	$-\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $[f(x)]^2 - 1 = 0$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn :

$$\text{Ta có : } [f(x)]^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -1 \end{cases}$$

Phương trình $f(x) = 1$ có ba nghiệm ; phương trình $f(x) = -1$ có một nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm thực.

Chọn đáp án B.

Câu 30. Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm BC . Góc giữa hai đường thẳng AB và OM bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Hướng dẫn :

Chọn hệ trục tọa độ sao cho $O(0;0;0)$, $A(0;0;a)$, $B(a;0;0)$,

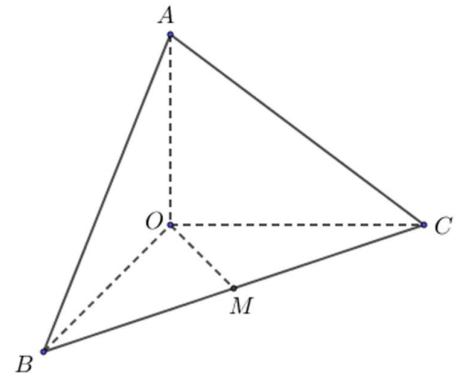
$$C(0;a;0), M\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right).$$

$$\overrightarrow{AB}=(a;0;-a) \Rightarrow AB \text{ có một vtcp } \vec{u}_1=(1;0;-1);$$

$$\overrightarrow{OM}=\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right) \Rightarrow OM \text{ có một vtcp } \vec{u}_2=(1;1;0).$$

$$\text{Ta có : } \cos(AB, OM) = \frac{1}{2} \Rightarrow (AB, OM) = 60^\circ.$$

Chọn đáp án B.



Câu 31. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Hướng dẫn :

$$\text{Ta có : } \log_{\frac{1}{3}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{3}}(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 \leq x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right].$$

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{0;1;2\}$.

Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho bằng : $0+1+2=3$.

Chọn đáp án D.

Câu 32. Cho hình lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích xung quanh của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của

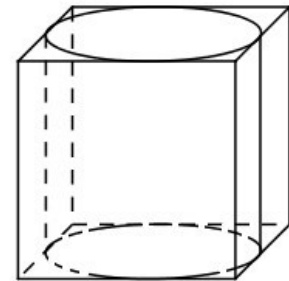
hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$?

A. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$.

C. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{\pi}$.

D. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{6}{\pi}$.



Hướng dẫn :

$$\text{Ta có : } S_1 = 4a^2; S_2 = 2\pi rh = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \pi a^2.$$

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{4a^2}{\pi a^2} = \frac{4}{\pi}.$$

Chọn đáp án C.

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\left(\frac{1}{2x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}\right)$ là

A. $2x^2 \ln x + x^2 \sqrt{x} + C$.

B. $x^2 (\ln x + \sqrt{x}) + C$.

C. $\ln x + \sqrt{x} + C$.

D. $x \ln x + x\sqrt{x} + C$.

Hướng dẫn :

$$\text{Ta có : } f(x) = x\left(\frac{1}{2x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x}.$$

$$\Rightarrow \int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x}\right) dx = \sqrt{x} + \ln x + C.$$

Chọn đáp án B.

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(BC'D)$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn :

Chọn hệ trục tọa độ sao cho các đỉnh của hình lập phương có tọa độ như sau: $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(1;1;0)$, $D(0;1;0)$

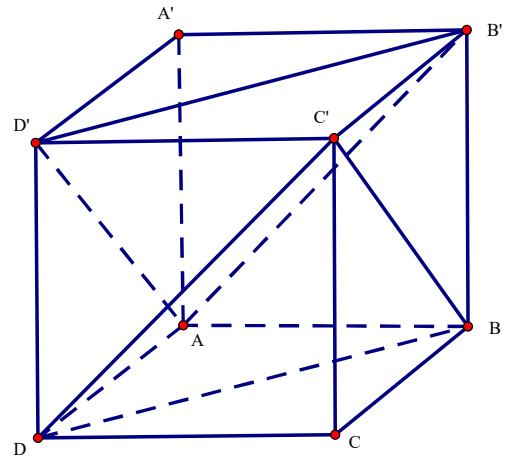
, $A'(0;0;1)$, $B'(1;0;1)$, $C'(1;1;1)$, $D'(0;1;1)$.

$$\overrightarrow{AB'} = (1;0;1), \overrightarrow{AD'} = (0;1;1),$$

$$\overrightarrow{BD} = (-1;1;0), \overrightarrow{BC'} = (0;1;1).$$

Mặt phẳng $(AB'D')$ qua $A(0;0;0)$ và có VTPT là

$$\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AD'}] = (1;1;-1) \Rightarrow (AB'D') : x + y - z = 0.$$



Mặt phẳng $(BC'D)$ qua $B(1;0;0)$ và có VTPT là $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC'}] = (1;1;-1)$

$$\Rightarrow (BC'D) : x + y - z - 1 = 0.$$

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(BC'D)$ là : $d = \frac{|-1-0|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án B.

Câu 35. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1 : \begin{cases} x = 2 + t_1 \\ y = 1 - t_1 \\ z = 2t_1 \end{cases}$, $d_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t_2 \\ y = 3 \\ z = t_2 \end{cases}$ và điểm

$M(2;-3;5)$. Đường thẳng Δ qua điểm M và cắt d_1 , d_2 lần lượt tại A và B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 2.

B. $\sqrt{19}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn :

Tọa độ của A, B có dạng : $A(2+t_1;1-t_1;2t_1)$, $B(2-2t_2;3;t_2)$.

Suy ra: $\overrightarrow{AM} = (-t_1;-4+t_1;5-2t_1)$; $\overrightarrow{BM} = (2t_2;-6;5-t_2)$.

$$\text{Theo đề bài thì } \overrightarrow{AM} \text{ và } \overrightarrow{BM} \text{ phải cùng phương nên ta được: } \begin{cases} \frac{2t_2}{-t_1} = \frac{-6}{-4+t_1} \\ \frac{2t_2}{-t_1} = \frac{5-t_2}{5-2t_1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8t_2 + 2t_1t_2 = 6t_1 \\ 10t_2 - 4t_1t_2 = -5t_1 + t_1t_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_1t_2 = 3t_1 + 4t_2 \\ t_1t_2 = t_1 + 2t_2 \end{cases} \Rightarrow 3t_1 + 4t_2 = t_1 + 2t_2 \Leftrightarrow t_1 = -t_2.$$

(chú ý: $t_1 = 0$ hoặc $t_1 = 4$ hoặc $t_1 = \frac{5}{2}$ không thỏa bài toán)

$$\text{Thế } t_1 = -t_2 \text{ vào phương trình } 2t_1^2 - 2t_1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 0 (l) \\ t_1 = 1 (n) \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra : } A(3;0;2), B(4;3;-1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1;3;-3) \Rightarrow AB = \sqrt{19}.$$

Chọn đáp án B.

Cách khác: dùng phương trình mặt phẳng.

Câu 36. Số lượng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \left(\frac{m^2}{2} + 1\right)x^2 + (m^2 + 1)x + 2$ đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$ là

A. 4.

B. 7.

C. 3.

D. 5.

Hướng dẫn :

Ta có : $y' = x^2 - (m^2 + 2)x + m^2 + 1$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (m^2 + 2)x + m^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = m^2 + 1 \end{cases}$.

(Chú ý rằng, $m = 0$ thỏa mãn bài toán!)

Ta có bảng biến thiên :

x	$-\infty$		1		$m^2 + 1$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$, $(m^2 + 1; +\infty)$.

Để thỏa mãn bài toán ta cần: $m^2 + 1 \leq 7 \Leftrightarrow -\sqrt{6} \leq m \leq \sqrt{6}$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án D.

Câu 37. Cho các số phức z_1 , z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 1 + 8i$ và $\frac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo. Tính $P = |z_1 - z_2|$?

A. $\sqrt{65}$.

B. 65.

C. $\frac{\sqrt{65}}{2}$.

D. $\frac{65}{2}$.

Hướng dẫn :

Đặt $z_1 = a + bi$; $z_2 = c + di$, ta có: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + bi}{c + di} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i$.

Do $\frac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo nên $ac + bd = 0$.

Lại có : $z_1 + z_2 = 1 + 8i \Rightarrow |z_1 + z_2| = |1 + 8i| \Leftrightarrow (a + c)^2 + (b + d)^2 = 65 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 65$.

Suy ra : $P = |z_1 - z_2| = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2(ac + bd)} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2} = \sqrt{65}$.

Chọn đáp án B.

Cách khác: dựng hình chữ nhật!

Câu 38. Cho $\int_1^2 \frac{x^3 dx}{(x^2 + 1)^2} = a \ln 5 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $a + b + 20c$ bằng

A. -2.

B. -3.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn :

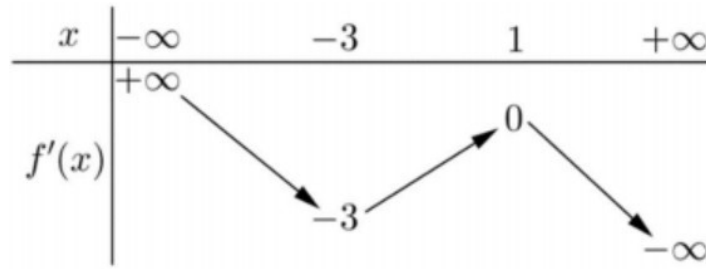
Ta có : $I = \int_1^2 \frac{x^3 dx}{(x^2 + 1)^2} = \int_1^2 \frac{x^2 \cdot x dx}{(x^2 + 1)^2} = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{x^2 d(x^2 + 1)}{(x^2 + 1)^2}$.

Đặt $t = x^2 + 1$, ta được: $I = \frac{1}{2} \int_2^5 \left[\frac{1}{t} - \frac{1}{t^2} \right] dt = \frac{1}{2} \left(\ln |t| + \frac{1}{t} \right) \Big|_2^5 = \frac{1}{2} \left(\ln 5 + \frac{1}{5} \right) - \frac{1}{2} \left(\ln 2 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \ln 5 - \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{3}{20}$.

Suy ra: $a + b + 20c = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 20 \cdot \frac{3}{20} = -3$.

Chọn đáp án B.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = -5$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



Có bao nhiêu số nguyên $m > -3$ để hàm số $f(x-m)$ nghịch biến trên khoảng $(5; +\infty)$?

A. 14.

B. 12.

C. 13.

D. 11.

Hướng dẫn :

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = -5$ nên $f'(-5) = 0$.

Xét hàm số $y = f(x-m)$.

Ta có : $y' = f'(x-m) < 0 \Leftrightarrow x-m > -5 \Leftrightarrow x > m-5$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(m-5; +\infty)$.

Muốn hàm số $f(x-m)$ nghịch biến trên khoảng $(5; +\infty)$ thì $m-5 \leq 5 \Leftrightarrow m \leq 10$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ và $m > -3$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

Chọn đáp án C.

Câu 40. Gieo hai con xúc xắc. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt bằng 10 là

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Hướng dẫn :

Số phần tử của không gian mẫu là : $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Ta xét các trường hợp có tổng số chấm bằng 10 là : $(4;6), (5;5), (6;4)$.

Số các trường hợp thuận lợi là : 3.

Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt bằng 10 là $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

Chọn đáp án A.

Câu 41. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 11$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 1 - 2mt \\ y = 1 + 2mt \\ z = 2 + t \end{cases}$. Biết đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$ sao cho

$x_A + x_B = \frac{2}{3}$, tổng tất cả các giá trị của m thỏa mãn bài toán bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn :

Xét phương trình: $(2-2mt)^2 + (2mt)^2 + t^2 = 11 \Leftrightarrow (8m^2+1)t^2 - 8mt - 7 = 0$.

Do $ac = -7(8m^2+1) < 0$ nên đường thẳng d luôn cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B.

Mà $x_A = 1 - 2mt_A$; $x_B = 1 - 2mt_B \Rightarrow x_A + x_B = (1 - 2mt_A) + (1 - 2mt_B) = 2 - 2m(t_A + t_B)$

hay ta có $\frac{2}{3} = 2 - 2m(t_A + t_B) \Leftrightarrow \frac{2}{3} = 2 - 2m \cdot \frac{8m}{8m^2+1} \Leftrightarrow \frac{16m^2}{8m^2+1} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 4m^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{1}{2} \\ m_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

$\Rightarrow m_1 + m_2 = 0$.

Chọn đáp án B.

Câu 42. Xét số phức z thỏa mãn $|3-iz|=|z-2-i|$. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là đường thẳng có dạng $ax+by+1=0$, giá trị của $a+b$ bằng

- A. 0. B. 2. C. -1.

D. 3.

Hướng dẫn :

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có : $|3-iz|=|z-2-i| \Leftrightarrow |3-i(x+yi)|=|x+yi-2-i|$

$$\Leftrightarrow |(3+y)-ix| = |(x-2)+(y-1)i| \Leftrightarrow (3+y)^2 + x^2 = (x-2)^2 + (y-1)^2$$

$$\Leftrightarrow 6y+9 = -4x+4-2y+1 \Leftrightarrow 4x+8y+4=0 \Leftrightarrow x+2y+1=0.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow a+b=3.$$

Chọn đáp án D.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để phương trình $e^{x^2+m} + x^2 - x + m = \ln x$ có hai nghiệm ?

- A. 5. B. 6. C. 10. D. 11.

Hướng dẫn :

Điều kiện : $x > 0$.

$$\text{Ta có : } e^{x^2+m} + x^2 - x + m = \ln x \Leftrightarrow e^{x^2+m} + x^2 + m = e^{\ln x} + \ln x.$$

Xét hàm số $f(t) = e^t + t$; $f'(t) = e^t + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

$$\Rightarrow f(t) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}, \text{ mà } f(x^2+m) = f(\ln x) \text{ nên } x^2+m = \ln x \Leftrightarrow x^2 - \ln x = -m.$$

$$\text{Đặt } f(x) = x^2 - \ln x; f'(x) = 2x - \frac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} & (n) \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} & (l) \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên :

x	$-\infty$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'					$-$	0	$+$
y					$+\infty$		$+\infty$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln 2 \approx 0,8$

Phương trình có hai nghiệm khi $m > \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln 2 \approx 0,8$.

Suy ra : $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

Chọn đáp án C.

Câu 44. Ông Nhân gửi ngân hàng 100 triệu, kì hạn 6 tháng, với lãi suất 7.5% cho sáu tháng, theo phương thức lãi kép. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì ông Nhân mới có số tiền lãi nhiều hơn số tiền gốc ban đầu gửi vào ngân hàng? Với giả định ông Nhân không rút tiền gốc và tiền lãi ở tất cả các kì.

- A. 60 năm. B. 5 năm. C. 2 năm. D. 7 năm.

Hướng dẫn :

Số tiền ông Nhân thu được sau n kì là : $T_n = 100(1+0,075)^n$.

Số tiền lãi ông Nhân thu được sau n kì là : $\Delta T = 100(1+0,075)^n - 100$.

Theo đề bài ta có : $\Delta T > 100 \Leftrightarrow 100(1+0,075)^n - 100 > 100 \Leftrightarrow 100(1+0,075)^n > 200$

$$\Leftrightarrow (1+0,075)^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{(1+0,075)} 2 \approx 9,6.$$

Để thỏa mãn bài toán, ông Nhân cần gửi tiền trong 10 kì, ứng với 60 tháng, tức là 5 năm.
 Chọn đáp án B.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(1;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng thay đổi luôn đi qua P và cắt (S) tại hai điểm A, B. Trung điểm I của đoạn thẳng AP luôn di chuyển trên mặt cầu cố định (S') khi Δ thay đổi. Bán kính mặt cầu (S') bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Hướng dẫn :

Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S) là: $I(1;-1;2)$;

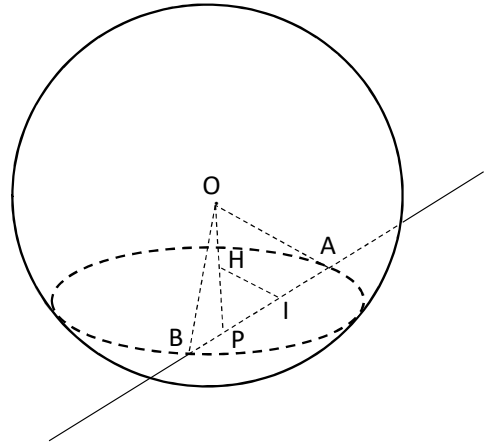
$R = 3$.

Điểm P nằm trong mặt cầu, O và P cố định nên trung điểm H của đoạn thẳng OP cũng cố định.

$$IH = \frac{1}{2}OA = \frac{3}{2}.$$

Do H cố định nên I chạy trên mặt cầu (S') , có tâm

là điểm I và bán kính $R' = IH = \frac{1}{2}OA = \frac{3}{2}$.



Chọn đáp án B.

Câu 46. Biết phương trình $4x^4 - x^2 + a - 3 = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt là x_1, x_2, x_3 . Giá trị của biểu thức $P = x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3$ bằng

- A. $-\frac{3}{4}$. B. -3. C. $-\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn :

Ta có: $4x^4 - x^2 + a - 3 = 0 \Leftrightarrow 4x^4 - x^2 = 3 - a$. (*)

Xét hàm số $f(x) = 4x^4 - x^2$; $f'(x) = 16x^3 - 2x = 2x(8x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên :

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{2}}{4}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		0		$+\infty$

$\swarrow \quad \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow$
 $f\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right) \quad f\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

Phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt khi $3 - a = 0 \Leftrightarrow a = 3$.

Khi đó ta có : $4x^4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(4x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_1 = \frac{1}{2} \\ x_3 = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Suy ra : $P = x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 0 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 0 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$.

Chọn đáp án C.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) qua AB , cắt SC và SD lần lượt tại M , N . Biết (α) chia hình chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích

bằng nhau, tỉ số $\frac{SM}{SC}$ có giá trị thuộc khoảng nào trong các khoảng cho dưới đây ?

A. $\left(0; \frac{1}{3}\right]$.

B. $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right]$.

D. $\left[\frac{8}{3}; 1\right)$.

Hướng dẫn :

Ta có : $V_{S.ABMN} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = V$.

Lại có : $\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA.SB.SM}{SA.SB.SC} = \frac{SM}{SC}$; (1)

$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA.SM.SN}{SA.SC.SD} = \frac{SM.SN}{SC.SD}$; (2)

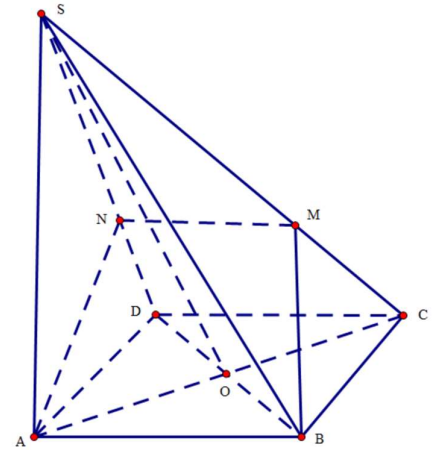
Do $\triangle SMN \sim \triangle SCD$ nên $\frac{SM}{SC} = \frac{SN}{SD} = x$. (3)

Mặt khác : $\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{V_{S.ABMN}}{\frac{1}{2}V} = \frac{\frac{1}{2}V}{\frac{1}{2}V} = 1$. (4)

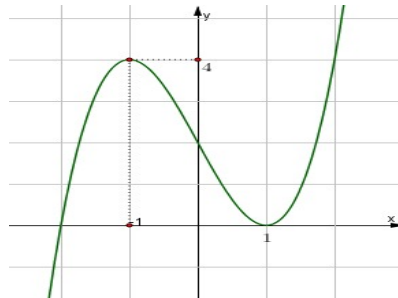
(vì $V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = \frac{1}{2}V$)

Từ (1), (2), (3), (4) suy ra : $x + x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} < 0 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0,618 \in \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right) \end{cases}$.

Chọn đáp án B.



Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức, đồ thị hàm số $f'(x)$ cho như hình vẽ dưới đây :



Số cực trị của hàm số $y = e^{f(x)+1} + 2019^{f(x)}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Hướng dẫn :

Xét hàm số $y = e^{f(x)+1} + 2019^{f(x)}$;

$$y' = f'(x)e^{f(x)+1} + 2019^{f(x)} \cdot f'(x) \cdot \ln(2019) = f'(x) \left[e^{f(x)+1} + 2019^{f(x)} \cdot \ln(2019) \right].$$

Do $e^{f(x)+1} + 2019^{f(x)} \cdot \ln(2019) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên dấu của y' phụ thuộc vào dấu của $f'(x)$.

Mà $f'(x)$ đổi dấu 1 lần nên số điểm cực trị của hàm số $y = e^{f(x)+1} + 2019^{f(x)}$ là 1.

Chọn đáp án A.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ lớn hơn 1. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình

$f(x) + \frac{d}{4} = 0$ là S, tổng các phần tử của S bằng

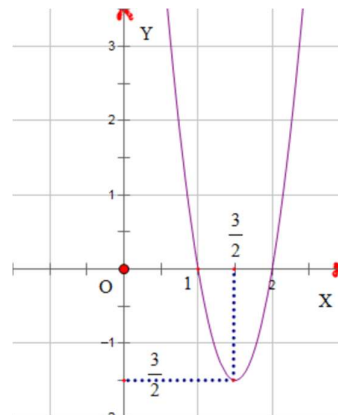
A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D.

2.

**Hướng dẫn :**

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị hàm số $f'(x)$ đi qua các điểm $\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$, $(1; 0)$ và $C(2; 0)$ nên ta có :

$$\begin{cases} \frac{27}{4}a + 3b + c = -\frac{3}{2} \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -9 \\ c = 12 \end{cases}.$$

Suy ra : $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + d$ và $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$.

Do đồ thị hàm số $f(x)$ tiếp xúc với trục hoành nên hệ phương trình sau có nghiệm :

$$\begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x^2 - 18x + 12 = 0 \\ 2x^3 - 9x^2 + 12x + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (l)} \\ x = 2 \text{ (n)} \\ d = -(2x^3 - 9x^2 + 12x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ d = -4 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } f(x) + \frac{d}{4} = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Tổng các phần tử của S bằng $1 + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$.

Chọn đáp án B.

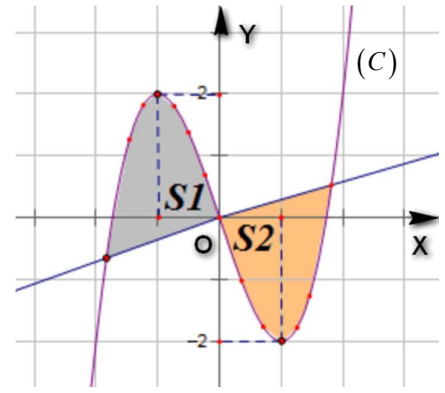
Câu 50. Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx$ có đồ thị (C) là đường cong như hình vẽ bên. Đường thẳng $y = \frac{2mx}{3}$ cắt đồ thị (C) tạo thành hai miền $S_1 = S_2 = 4$ (hình vẽ bên). Giá trị của m bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.



Hướng dẫn :

Đồ thị (C) đi qua hai điểm $A(-1;2)$, $B(1;-2)$ nên suy ra :

$$\begin{cases} 2 = (-1)^3 + b(-1)^2 + c(-1) \\ -2 = 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b - c = 3 \\ b + c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c = -3 \end{cases}$$

Ta có hàm số : $y = x^3 - 3x$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x = \frac{2mx}{3} \Leftrightarrow x^3 - 3x - \frac{2mx}{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{\frac{2m}{3} + 3} \end{cases} \cdot (\text{ĐK: } m \geq -\frac{9}{2})$

Gọi $k = \sqrt{\frac{2m}{3} + 3}$, ta được: $S_1 = S_2 = 4 = \int_0^k \left(\frac{2mx}{3} - x^3 + 3x \right) dx = \int_0^k \left[\left(\frac{2m}{3} + 3 \right) \cdot x - x^3 \right] dx$

$$= \left[\left(\frac{2m}{3} + 3 \right) \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_0^k = \left(\frac{2m}{3} + 3 \right) \cdot \frac{k^2}{2} - \frac{k^4}{4}.$$

Suy ra phương trình : $\frac{k^4}{4} - \left(\frac{2m}{3} + 3 \right) \cdot \frac{k^2}{2} + 4 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{2m}{3} + 3 \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{2m}{3} + 3 \right)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2m}{3} + 3 \right)^2 = 16$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m}{3} + 3 = 4 \\ \frac{2m}{3} + 3 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} & (n) \\ m = -\frac{21}{2} & (l) \end{cases}.$$

Chọn đáp án A.